

Einführung in die Technische Informatik WS 2010/2011

Blatt 4: Minimierung Boolescher Funktionen

Ihre Lösung zu den mit (★) gekennzeichneten Übungen sollen Sie am **12.11.2010** in der Übung abgeben. Die Bearbeitung der Aufgaben in Lerngruppen ist sinnvoll. Bitte geben Sie nur eine Lösung pro Lerngruppe ab.

Aufgabe 1: (★) Karnaugh-Diagramm

Die einschlägigen Indizes einer Booleschen Funktion $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ seien 0, 3, 6, 8, 9, 11, 13, 14.

- Bestimmen Sie mit Hilfe eines Karnaugh-Diagramms alle Primimplikanten von f . Welche der Primimplikanten sind Kernimplikanten und warum?
- Geben Sie ein *Minimalpolynom* für f an, d. h. eine Darstellung von f als DNF mit minimalen Kosten.¹
- Ist das von Ihnen angegebene Minimalpolynom eindeutig? Begründen Sie ihre Antwort.

Hinweis: Ein Primimplikant von f heißt *Kernimplikant* von f , falls er mindestens eine Eingabe abdeckt, die von keinem anderen Primimplikanten von f abgedeckt wird. Jedes Minimalpolynom für f enthält mindestens alle Kernimplikanten von f .

Aufgabe 2: (★) Verfahren von Quine und McCluskey

Bestimmen Sie mit dem Verfahren von Quine und McCluskey alle Primimplikanten und Minimalpolynome der durch die DNF

$$\overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_1} \overline{x_0} + \overline{x_3} \overline{x_2} x_1 \overline{x_0} + \overline{x_3} x_2 \overline{x_1} x_0 + x_3 \overline{x_2} \overline{x_1} \overline{x_0} + x_3 \overline{x_2} x_1 \overline{x_0} + x_3 x_2 \overline{x_1} \overline{x_0} + x_3 x_2 \overline{x_1} x_0 + x_3 x_2 x_1 x_0$$

gegebenen Booleschen Funktion.

Aufgabe 3: (★) Karnaugh-Diagramm mit fünf Variablen

Die einschlägigen Indizes einer Booleschen Funktion $f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$ seien 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 16, 17, 20, 21, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31.

- Bestimmen Sie mit Hilfe von zwei Karnaugh-Diagrammen alle Primimplikanten der fünfstelligen Funktion f . Verwenden Sie dazu je ein Karnaugh-Diagramm für $x_4 = 0$ und $x_4 = 1$. Jedes Feld in einem der Diagramme besitzt dann, außer seinen vier Nachbarn in diesem Diagramm, noch einen „fünften Nachbarn“ an der entsprechenden Feld-Stelle in dem anderen Diagramm.

¹Zur Erinnerung: Die Kosten $K(d)$ einer DNF d sind gleich der Anzahl der in d vorkommenden Disjunktions- und Konjunktions-Operatoren.

- b) Welche Primimplikanten sind Kernimplikanten von f (s. Hinweis in Aufgabe 1)? Bestimmen Sie alle Minimalpolynome für f .
- c) Wie viele Karnaugh-Diagramme braucht man bei diesem Verfahren für eine sechsstellige und wie viele für eine siebenstellige Funktion?

Aufgabe 4: (★) Fehler in Minimierung

Was ist hier falsch?

		x_1x_0			
		x_3x_2	00	01	10
00	0	1	1	0	
01	1	1	1	1	
10	1	1	1	1	
11	0	0	0	0	

Es ergibt sich:

$\overline{x_3} \overline{x_2}$ (rot)

$\overline{x_3} x_2$ (blau)

$x_3 \overline{x_2}$ (grün)

$x_3 x_2$ (grau)

Die Funktion lautet somit:

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \overline{x_3} \overline{x_2} + \overline{x_3} x_2 + x_3 \overline{x_2} + x_3 x_2$$

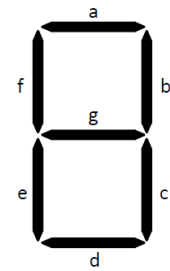
Mit Hilfe der Resolution folgt:

$$\begin{aligned}
 f(x_3, x_2, x_1, x_0) &= \overline{x_3} \overline{x_2} + \overline{x_3} x_2 + x_3 \overline{x_2} + x_3 x_2 \\
 &= \overline{x_2} + \overline{x_3} + x_3 + x_2 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

Aufgabe 5: 7-Segmentanzeige

Eine 7-Sementanzeige soll durch die vier Signale x_3, x_2, x_1, x_0 angesteuert werden.

- a) Füllen Sie die folgende Tabelle so aus, dass die 7-Segmentanzeige die Ziffer anzeigt, die durch die Binärzahl x_3, x_2, x_1, x_0 codiert wird, wobei x_3 das höchst- und x_0 das niedrigstwertige Bit darstellt.



Ziffer	x_3	x_2	x_1	x_0	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	0							
1	0	0	0	1							
2	0	0	1	0							
3	0	0	1	1							
4	0	1	0	0							
5	0	1	0	1							
6	0	1	1	0							
7	0	1	1	1							
8	1	0	0	0							
9	1	0	0	1							

- b) Minimieren Sie die Funktionen a bis g mit dem Karnaugh-Verfahren. Die unbenutzten Kombinationen (1010 und folgende) sollen als *Don't Cares* betrachtet werden.