Prof. Dr. R. Mathar
Daniel Catrein

RWTH Aachen, SS 2001

Zusatzübung

Aufgabe 1

A, B seien Ereignisse eines Wahscheinlichkeitsraums $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$. Zeigen Sie, dass für $P(A), P(B) > 0$ gilt

$$P(A|B) > P(A) \quad \Longrightarrow \quad P(B|A) > P(B).$$

Aufgabe 2

Ein Medikament in Tablettenform zeigt zwei unabhängige Wirkungen: die nicht sofort erkennbare Heilwirkung mit der Wahrscheinlichkeit 0,8 und unabhängig davon die sofort erkennbare Nebenwirkung mit der Wahrscheinlichkeit 0,3. Durch einen Herstellungsfehler ist ein Anteil von 0,01 der Tabletten falsch dosiert und zeigt die Heilwirkung nur mit Wahrscheinlichkeit 0,3 und die Nebenwirkung mit Wahrscheinlichkeit 0,8. Mit welche Wahrscheinlichkeit kann mit der Heilwirkung gerechnet werden, wenn nach der Einnahme des Medikaments die Nebenwirkung auftritt?

Aufgabe 3

Eine Münze, bei der mit Wahrscheinlichkeit p Kopf fällt, werde n-mal geworfen, $n \in \mathbb{N}$. Ein Spieler gewinnt im i-ten Wurf i^2 DM, wenn die Münze Kopf zeigt. Welcher Einsatz macht ein Spiel der Länge n im Mittel fair?

Aufgabe 4

Wir werfen n Münzen, die stochastisch unabhängig mit Wahrscheinlichkeit p Kopf zeigen. Anschließend werden alle Münzen, die im ersten Wurf Kopf gezeigt haben, erneut geworfen. Bestimmen Sie die Verteilung der Anzahl der Münzen, die nach dem zweiten Wurf Kopf zeigen.

Aufgabe 5

S_1, S_2, S_3 seien stochastisch unabhängig, jeweils identisch $\text{Exp}(\lambda)$-verteilt. Der Zufallsvektor $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, Y_3)$ sei definiert durch

$$(Y_1, Y_2, Y_3) = (S_1 + S_2, S_2 + S_3, S_1 + S_3).$$

Berechnen Sie eine gemeinsame Dichte von (Y_1, Y_2, Y_3).