

9. Übung zur Einführung in die Stochastik für Informatiker

Aufgabe 32

Bestimmen Sie – falls existent – den Erwartungswert und die Varianz der Zufallsvariablen X für

- a) $X \sim \text{Poi}(\lambda)$,
- b) $X \sim \overline{\text{Bin}}(n, p)$,
- c) $X \sim \Gamma(\alpha, \lambda)$,
- d) X cauchyverteilt, d.h. f_X definiert durch

$$f_X(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, x \in \mathbb{R},$$

ist eine Dichte der Verteilung von X .

Hinweis: Lösen Sie Teilaufgabe c) mit Hilfe der Laplace-Transformierten.

Aufgabe 33

Zeigen Sie für absolut-stetige und für diskrete Zufallsvariablen X, Y die folgenden Eigenschaften des Erwartungswertes (siehe Satz 6.6):

- a) $E[aX + bY] = aE[X] + bE[Y] \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$
- b) $X \leq Y \Rightarrow E[X] \leq E[Y]$.

Aufgabe 34

Bei einem Mobilfontarif wird die Gesprächsminute mit c Cent berechnet. Die erste Minute wird immer voll berechnet, nach der ersten Minute wird zeitgenau abgerechnet. Die Gesprächsdauer sei eine $\text{Exp}(\lambda)$ -verteilte Zufallsgröße. Die Zufallsvariable K bezeichne die Kosten eines Gesprächs.

- a) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von K und K^2 .
- b) Berechnen Sie $E(K)$ und $\text{Var}(K)$.

Aufgabe 35 (k)

Die Zufallsvariablen X_n , $n \in \mathbb{N}_0$, seien rekursiv definiert durch

$$X_{n+1} = 2X_n - 1, \quad n \in \mathbb{N}_0.$$

Ferner gelte $X_0 \sim \mathbb{R}(0, 1)$.

Berechnen Sie $\text{Cov}(X_{n+k}, X_n)$, $n, k \in \mathbb{N}_0$.