Mengen:

$P(A \setminus B) = P(A \cap B^C)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (aus Lemma 2.11)

$P(A \setminus B) = P(A \setminus (B \cap A)) = P(A) - P(B \cap A)$, da $B \cap A \subseteq A$

$P(A \cap B|C) = P(A|C) \cdot P(B|C)$, wenn $A|C$ und $B|C$ s.u.

Summen:

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi}{6}$

$\sum_{n=0}^{\infty} z^n = \frac{1}{1-z}$ $\quad |z| \leq 1$

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = e$

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$ $\quad x \in \mathbb{R}$

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^{2i}}{(2i)!} = \frac{e^{\lambda}+e^{-\lambda}}{2}$

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ln(a)^n}{n!} x^n = a^x$ $\quad x \in \mathbb{R},\ a > 0$

$\sum_{i=0}^{\infty} \binom{n}{i}^2 = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i}^2 = \binom{2n}{n}$

$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = \frac{1}{1-e^{-x}}$

$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$

$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$\sum_{k=1}^{n} x^{k-1} = \sum_{k=0}^{n-1} x^k = \frac{1-x^n}{1-x}$ (Geom. Reihe) $\quad x \neq 1$

$\sum_{k=1}^{n} (2k-1) = n^2$

(Summe der ersten n ungeraden Zahlen)

$\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$

$\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k} = n \cdot 2^{n-1}$

$\sum_{k=1}^{n} k^2\binom{n}{k} = (n^2+n) \cdot 2^{n-2}$

$\sum_{i=0}^{k} \binom{n+i}{i} = \binom{n+k+1}{k}$

$\sum_{k=1}^{n} e^{kx} = e^x \frac{e^{nx}-1}{e^x-1}$

$\sum_{k=0}^{\infty} \binom{n}{k} a^k b^{n-k} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k} = (a+b)^n$ (Binomialsatz) $\quad a, b \in \mathbb{R}$

$\sum_{k=1}^{n} \binom{x}{k}\binom{y}{n-k} = \binom{x+y}{n}$ (Von der Monde-Konvolution) $\quad n \in \mathbb{N}_0,\ x, y \in \mathbb{C}$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{i^2 x^i}{i!} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i^2 x^i}{i!} = x \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i x^{i-1}}{(i-1)!} = x \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\frac{d}{dx} x^i}{(i-1)!} = x \frac{d}{dx} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{x^i}{(i-1)!} = x \frac{d}{dx} x \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i!} = x \frac{d}{dx} x e^x = x(e^x + x e^x)$$

Grenzwerte:

$\lim_{n\to\infty} (1 + \frac{x}{n})^n = e^x$ $\quad x > 0$

$\lim_{x\to\infty} \frac{x}{e^x} = 0$

Partialbruchzerlegung:

$\frac{C}{x-a)(x-b)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b}$ mit $A = \frac{C}{x-b}\Big|_{x=a}$ und $B = \frac{C}{x-a}\Big|_{x=b}$

Ableitungen:

$(\frac{f(x)}{g(x)})' = \frac{f(x)'g(x) - g(x)'f(x)}{g(x)^2}$

$(\frac{c}{f(x)})' = \frac{-f(x)'c}{f(x)^2}$

$(e^x)' = e^x$

$(a^x)' = a^x \ln(a)$ $\quad a > 0$

$(ln(x))' = \frac{1}{x}$

$(\sin(x))' = \cos(x)$

$(\cos(x))' = -\sin(x)$

$(\frac{1}{x})' = \frac{-1}{x^2}$

Integrale:

$\int_a^b uv' = uv\Big|_a^b - \int_a^b u'v$

$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$ $\quad n \in \mathbb{Z},\ n \neq -1$

$\int \frac{1}{x} dx = \ln(|x|)$ $\quad x \neq 0$

$\int e^x dx = e^x$

$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln(a)}$ $\quad a \in \mathbb{R}^+,\ a \neq 1$

$\int \sin(x) = -\cos(x)$

$\int \cos(x) = \sin(x)$

$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan(x)$

$\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{-1}{x}$

Fakultät:

$n^{\underline{k}} = \frac{n!}{k!}$
$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$
$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$
Rekursion: $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$

Gamma-Funktion (Γ):

$\Gamma(n) = (n-1)!$ für $n \in \mathbb{N}$
$\Gamma(x) = (x-1)\Gamma(x-1)$ und $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$
Γ-Integral: $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1}e^{-x}dx$

Es gilt: $\int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}dx = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}$ (Ü 8, A 31)

Summentricks:

$$\sum_{i=0}^{n-1}(n-i)^x = \sum_{i=0}^{n-1}(i+1)^x = \sum_{i=1}^{n} i^x$$

$\underbrace{\sum_{i=1}^{n} i(\ldots - i + 1)^x}_{A} - \underbrace{\sum_{i=1}^{n} i(\ldots - i)^x}_{B} \implies A$ Index-transformieren zu $\sum_{i=0}^{n-1}(i+1)(\ldots - i)^x$

Daraus 2 Summen: $\underbrace{\sum_{i=0}^{n-1} i(\ldots - i)^x}_{C} + \sum_{i=0}^{n-1}(\ldots - i)^x$ machen und C so umformen (Fall $i = 0$ weg und Fall $i = n$ dazu), daß C sich gegen A weghebt.

Verteilungen (1/2):

Diskrete ZV X:

Verteilung	Parameter	$P(X=k)$	$P(X \leq k)$
Binomial- $Bin(n,p)$	$n \geq 1$ $0 \leq p \leq 1$ Trefferw'keit	$f(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$	$F(k) = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$
Geometrische- $Geo(p)$ (gedächnislos)	$0 \leq p \leq 1$ Trefferw'keit	$f(k) = (1-p)^k p$	$F(k) = \sum_{i=0}^{k} (1-p)^i p$
neg. Binomial- $\overline{Bin}(n,p)$	$n \geq 1$ $0 \leq p \leq 1$ Trefferw'keit	$f(k) = \binom{n+k-1}{k} (1-p)^k p^n$	$F(k) = \sum_{i=0}^{k} \binom{n+i-1}{i} (1-p)^i p^n$
Poisson- $Poi(\lambda)$	$\lambda > 0$	$f(k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$	$F(k) = \sum_{i=0}^{k} e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!}$
Gleich-	$n \in \mathbb{N}$	$f(k) = \frac{1}{n}$	$F(k) = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{n} = \frac{k}{n}$

Absolut-stetige ZV X:

Verteilung	Parameter	Dichte	$P(X \leq k)$
Gleich-/ Rechteck- $R(a,b)$	$a, b \in \mathbb{R}$ $a < b$	$f(x) = \frac{1}{b-a} \mathbb{1}_{[a,b]}(x)$	$F(x) = \frac{1}{b-a}(x-a) \mathbb{1}_{[a,b]}(x)$
Exponential- $Exp(\lambda)$ (gedächnislos)	$\lambda > 0$	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \mathbb{1}_{[0,\infty)}$	$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \mathbb{1}_{[0,\infty)}(x)$
Gamma- $\Gamma(\alpha, \lambda)$	$\alpha, \lambda > 0$	$f(x) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x} \mathbb{1}_{[0,\infty)}(x)$	
Erlang- $Erl(n, \lambda)$	$n \in \mathbb{N}$ $\lambda > 0$	$f(x) = \frac{\lambda^n}{(n-1)!} x^{n-1} e^{-\lambda x} \mathbb{1}_{[0,\infty)}(x)$	
χ^2 mit n Freiheitsgraden $\chi_n^2 = \Gamma(\frac{n}{2}, \frac{1}{2})$	$n \in \mathbb{N}$	$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} \mathbb{1}_{[0,\infty)}(x)$	
Rayleigh- $Ray(\sigma^2)$	$\sigma^2 > 0$	$f(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \mathbb{1}_{(0,\infty)}(x)$	
Normal- $N(\mu, \sigma^2)$	$\mu, \sigma^2 \in \mathbb{R}$ $\sigma^2 > 0$	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$

Verteilungen (2/2):

Diskrete ZV X:

Erz. Fkt.	$E(X)$	$Var(X)$	Anwendung	faltungsstabil
$G(z) = (1-p+pz)^n$ Ü6 A23 a)	np 6.13 a)	$np(1-p)$ 6.13 a)	k = Anzahl der Treffer in Serie der Länge n; (**mit** Zurücklegen)	* 5.10 a) $Bin(n_1,p) + Bin(n_2,p) = Bin(n_1+n_2,p)$
$G(z) = \frac{p}{1-(1-p)z}$ 3.18 a)	$\frac{1-p}{p}$ 6.3 a)	$\frac{1-p}{p^2}$	k = Wartezeit bis zum ersten Treffer (ohne den Treffer selbst)	— $\Rightarrow \overline{Bin}$ 5.9 $n \cdot Geo(p) = \overline{Bin}(n,p)$
$G(z) = \left(\frac{p}{1-(1-p)z}\right)^n$ aus 6.10	$\frac{n(1-p)}{p}$ Ü9 A36 b)	$\frac{n(1-p)}{p^2}$ Ü9 A36 b)	k = Wartezeit bis zum n-ten Treffer; (ohne die Treffer selbst)	* 5.10 b) $\overline{Bin}(n_1,p) + \overline{Bin}(n_2,p) = \overline{Bin}(n_1+n_2,p)$
$G(z) = e^{\lambda(z-1)}$ 3.18 b)	λ Ü9 A36 a)	λ Ü9 A36 a)	k = Anzahl der Kunden im Zeitintervall	* 5.10 c) $Poi(\lambda_1) + Poi(\lambda_2) = Poi(\lambda_1+\lambda_2)$
	$\frac{n+1}{2}$	$\frac{n^2-1}{12}$		

Absolut-stetige ZV X:

Laplace-Trans.	$E(X)$	$Var(X)$	Anwendung	faltungsstabil
	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$		
$L(s) = \frac{\lambda}{\lambda+s}$ 3.18 d)	$\frac{1}{\lambda}$ 6.3b—6.13b	$\frac{1}{\lambda^2}$ 6.13 b)	x = Lebensdauer eines Prozesses	* da Spezial-Γ
	$\frac{\alpha}{\lambda}$ Ü9 A36 c)	$\frac{\alpha}{\lambda^2}$ Ü9 A36 c)	x = Summe von α stid $Exp(\lambda)$ verteilten ZV	* 5.5 a) $\Gamma(\alpha,\lambda) + \Gamma(\beta,\lambda) = \Gamma(\alpha+\beta,\lambda)$
$L(s) = \left(\frac{\lambda}{\lambda+s}\right)^n$ aus 6.10	$\frac{n}{\lambda}$	$\frac{n}{\lambda^2}$	x = Summe von n stid $Exp(\lambda)$ verteilten ZV	* da Spezial-Γ
$L(s) = (1+2s)^{-\frac{n}{2}}$	n	$2n$	$X = X_1^2 + \ldots + X_n^2$ X_i stid $N(0,1)$	* da Spezial-Γ
	$\sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}}$	$2\sigma^2(1-\frac{\pi}{4})$	Nützlich in Kommunikations-systemen	
	μ 6.3c—6.13c	σ^2 6.13 c)		* 5.5 b) $N(\mu_1,\sigma_1^2) + N(\mu_2,\sigma_2^2) = N(\mu_1+\mu_2,\sigma_1^2+\sigma_2^2)$

Für $X \sim R(0,1)$: $L(s) = \frac{1-e^{-s}}{s}$ 3.18 c)