

Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter ZV'en

Verteilung	$P(X = k)$	$E(X)$	$Var(X)$	Anwendungsbeispiel
Binomial $Bin(n, p)$	$\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$	np	$np(1-p)$	Bernoulli-Serie der Länge n; $X =$ Anzahl der Treffer (mit Zurücklegen)
Geometrisch $Geo(p)$	$(1-p)^k p$	$\frac{1-p}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$	$X =$ Wartezeit bis zum ersten Treffer
Poisson $Poi(\lambda)$	$e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$	λ	λ	Approx. der Bin-Vert. ($n \rightarrow \infty$); $X =$ Anz. Kunden/ZE
neg. Binomial $\overline{Bin}(n, p)$	$\binom{n+k-1}{k} (1-p)^k p^n$	$\frac{n(1-p)}{p}$	$\frac{n(1-p)}{p^2}$	$X =$ Wartezeit bis zum n-ten Treffer
Gleich- bzw. LaPlace-Vert.	$\frac{1}{s}$	$\frac{s+1}{2}$	$\frac{s^2-1}{12}$	s-seitiger symm. Würfel $X =$ Augenzahl
Hypergeo- metrisch	$\frac{\binom{s}{k} \binom{n-s}{m-k}}{\binom{n}{m}}$	$\frac{ms}{n}$	$\frac{ms}{n} (1 - \frac{s}{n}) \frac{n-m}{n-1}$	aus n Elem. ($ 1.Art = s$) werden m ohne Zurücklegen gezogen. $X =$ Anz. von 1.Art

Erzeugende Funktionen

$$X \sim Bin(n, p) : G_X(z) = (1 - p + pz)^n$$

$$X \sim Geo(p) : G_X(z) = \frac{p}{1 - (1-p)z}$$

$$X \sim Poi(\lambda) : G_X(z) = e^{\lambda(z-1)}$$

$$X \sim \overline{Bin}(n, p) : G_X(z) = \left(\frac{p}{1 - (1-p)z}\right)^n$$

Wahrscheinlichkeitsverteilungen abs-stetiger ZV'en

Verteilung	$f(x)$	$E(X)$	$Var(X)$	Anwendungsbeispiel
Gleich/Rechteck $R(a, b)$	$\frac{1}{b-a}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	Wartezeiten, Rundungsfehler
Exponential $Exp(\lambda) (x \geq 0)$	$\lambda e^{-\lambda x}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	Lebensdauer
Normal $N(\mu, \sigma^2)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	μ	σ^2	$X : \sum$ einer großen # von ZV ist angenähert $\sim N$
Gamma $\Gamma(\alpha, \lambda) (x > 0)$	$\frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}$	$\frac{\alpha}{\lambda}$	$\frac{\alpha}{\lambda^2}$	X ist Summe von α unabh. $Exp(\lambda)$ -vert. ZV'en
χ^2 mit n Freiheitsgraden $\chi_n^2 = \Gamma(\frac{n}{2}, \frac{1}{2}) (x > 0)$	$\frac{1}{\Gamma(\frac{n}{2}) 2^{\frac{n}{2}}} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$	n	$2n$	Vert. von $X = X_1^2 + \dots + X_n^2$, wobei $X_i \text{ stid} \sim N(0, 1)$
Erlang $Erl(n, \lambda) = \Gamma(n, \lambda) (n \in \mathbb{N})$	$\frac{\lambda^n}{(n-1)!} x^{n-1} e^{-\lambda x}$	$\frac{n}{\lambda}$	$\frac{n}{\lambda^2}$	Vert. von $S_n = X_1 + \dots + X_n$, wobei $X_i \text{ stid} \sim Exp(\lambda)$ Gesamtbedienzeit für n Anford.
Rayleigh $Ray(\sigma^2) (x \geq 0)$	$\frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$	$\sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}}$	$2\sigma^2(1 - \frac{\pi}{4})$	Nützlich in Kommunikationssystemen

LaPlace Transformierte

$$X \sim Exp(\lambda) : L_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda+s}$$

$$X \sim Erl(n, \lambda) : L_X(s) = \left(\frac{\lambda}{\lambda+s}\right)^n$$

$$X \sim \chi_n^2 : L_X(s) = (1 + 2s)^{-\frac{n}{2}}$$

$$X \sim R(0, 1) : L_X(s) = \frac{1-e^{-s}}{s}$$