

Übung zur Vorlesung BERECHENBARKEIT UND KOMPLEXITÄT

Blatt 2

In den nachfolgenden Aufgaben soll die Vorgehensweise der Turingmaschinen jeweils textuell beschrieben werden (insbesondere ohne die explizite Angabe der Zustandsüberföhrungsfunktion δ). Die Beschreibung soll aber so detailliert sein, dass daraus die Vorgehensweise der Turingmaschine und auch deren Laufzeit klar ersichtlich werden.

Aufgabe 2.1: (2+4+4 Punkte)

(Hinweis: Bei den nachfolgenden Aufgaben kann die Verwendung mehrerer Spuren hilfreich sein.)

- (a) Beschreibe eine 1-Band TM, die für eine Eingabe $w\#^k$, wobei $w \in \{0,1\}^*$, das Wort w um k Bandpositionen nach rechts verschiebt (dabei werden die $\#$ überschrieben). Wie groß ist der Zeitbedarf?
- (b) Beschreibe eine 1-Band TM, die die unäre Kodierung einer Zahl n (also 1^n) in die binäre Kodierung von n transformiert. Wie groß ist der Zeitbedarf?
- (c) Beschreibe eine 1-Band TM, die die Sprache $L = \{0^n 1^n \mid n \in \mathbf{N}\}$ mit einem Zeitbedarf in $O(m \log m)$ akzeptiert, wobei m die Länge der Eingabe bezeichnet.

Aufgabe 2.2: (5+5 Punkte)

Für ein Wort $w = w_1 w_2 \dots w_n$, mit $w_i \in \Sigma$, bezeichnet $\bar{w} = w_n w_{n-1} \dots w_1$ das Wort w rückwärts gelesen. *Palindrome* sind die Wörter, die vorwärts und rückwärts gelesen das gleiche Wort ergeben. Dann ist $L = \{w\bar{w} \mid w \in \Sigma^*\}$ die Sprache, die alle Palindrome gerader Länge enthält.

- (a) Beschreibe eine 1-Band TM, die L akzeptiert. Analysiere den Zeit- und den Speicherplatzbedarf der von dir entworfenen Maschine.
- (b) Beschreibe eine 2-Band TM, die L akzeptiert. Analysiere den Zeit- und den Speicherplatzbedarf der von dir entworfenen Maschine. Überlege dir zuerst, wie ein zweites Band für die Erkennung eines Wortes in L hilfreich sein kann.

Aufgabe 2.3: (5+5 Punkte)

Zeige, dass jede 1-Band TM durch eine 1-Band TM mit einseitig unendlichem Band, d.h. durch eine Turingmaschine, die die Positionen $p \leq 0$ nie benutzt, simuliert werden kann. Wie groß ist der Zeitverlust?