

Gedächtnisprotokoll

Vordiplomsprüfung für das Anwendungsfach Mathematik

Prüfer: Prof. Volkmann
Datum: 10.08.2006
Dauer: ca 30 min
Fächer: 15 min Graphentheorie 1, 10 min Algebra 1, 5 min Differentialgleichungen (bzw
Differenzialgleichungen - nach neuer Rechtschreibung)
Note: 1,7
Lernmaterial: Prof Volkmann: „Fundamente der Graphentheorie“
(ISBN 3-211-82774-9) bei Amazon (höchstens gebraucht):
<http://www.amazon.de/gp/product/3211827749/302-2125368-5400000>
überarbeitete Version online:
http://www.math2.rwth-aachen.de/%7Euebung/GT/volkm_gt.pdf

Prof Plesken: „Algebra Vorlesung WS 2001/2002“
(Skript für 10€ beim Lehrstuhl D, Templergraben 64 erhältlich)

Gerhard Dobner, Hans Jürgen Dobner: „Gewöhnliche Differentialgleichungen“
(ISBN 3-446-22302-9) bei Amazon:
<http://www.amazon.de/gp/product/3446223029/302-2125368-5400000>

1. Graphentheorie

Kurz vor der Prüfung hatte Prof Volkmann sich mit Faktorthorie beschäftigt und fragt daher zuerst nach einem Beweis für den Satz von Katerinis (ein r -regulärer Graph, der ein perfektes Matching M besitzt, besitzt einen q Faktor für $q=1\dots r$) daran erinnere ich mich leider nicht – auch der Hinweis auf den Satz von Petersen hilft mir nicht weiter, da ich mich an den auch nicht erinnere - und ich muss nach kurzem überlegen (ich dachte darüber nach, dass G oder $G-M$ Euler'sch ist – das hatte aber nirgendwohin geführt) gleich bei der ersten Frage passen (ich werde nervös)

Prof Volkmann fragt, welche wichtigen Sätze ich aus der Turniertheorie kenne. Da ich bei der Fussball WM die Vorrunde als Turniere aufgemalt hatte, hatte ich das Kapitel über Turniertheorie nochmal durchgeblättert - daher habe ich sofort zwei wichtige Sätze parat, nämlich dass jedes Turnier Semi-Hamilton'sch ist und dass Turniere genau dann Eckenpanzyklisch sind, wenn sie stark Zusammenhängend sind.

Diese beiden Sätze soll ich beweisen. Nach etwas überlegen (ich werde noch nervöser) fällt mir der Beweis für den ersten Satz aus der Vorlesung ein. Den zweiten Beweis fange ich analog an, brauche aber bei einem der Fälle Hilfe von Prof Volkmann

Zuletzt fragt Prof Volkmann (rückgreifend auf meine Überlegung bzgl des Satzes von Katerinis) nach dem Kriterium für Euler'sche Graphen (ein Graph G ist genau dann Euler'sch, wenn alle Eckengrade gerade sind) diesen Beweis kenne ich blind, da ich mich für Euler'sche und Hamilton'sche Graphen sehr interessiere. Ich fange an, den Beweis runter zu rasseln. Bei der Rückrichtung harkt Prof Volkmann aber mehrmals nach, wie ich das Durchlaufen des Graphen meine (weil ich es in diesem Zusammenhang offensichtlich finde, dass auf diese Weise ein Kantenzug konstruiert wird). Ich nenne noch den Algorithmus von Fleury.

2. Algebra

Zuerst fragt Prof Volkmann nach dem Beweis für den kleinen Satz von Fermat. Ich schreibe den Satz $n^p \equiv n \pmod{p}$ auf, erinnere mich daran, dass wir diesen Satz einmal als Übungsaufgabe hatten, erinnere mich aber nicht mehr in welchem Zusammenhang (ich hab es nachher nachgeguckt, es hatte mit dem Lemma von Burnside zu tun) und muss passen.

Prof Volkmann fragt nach Untergruppen von Gruppen G der Ordnung 40. Ich führe zuerst eine Primfaktorzerlegung der Ordnung durch ($2*2*2*5$) argumentiere mit dem ersten Sylow Satz, dass Untergruppen der Ordnung 8 und 5 existieren. Prof Volkmann fragt, was man denn bei den Ordnungen 2,4,10,20 sagen könne – **hier wird es chaotisch**, da ich den ersten Sylow Satz anders kenne als Prof Volkmann. Nach langem hin und her hole ich das Skript von Prof Plesken heraus und zeige den Satz, dass für eine Primzahl p mit $|G|=n*p^k$ und $p \nmid n$ die Anzahl der Untergruppen der Ordnung p^k kongruent zu 1 (mod p) ist und sage, dass die Voraussetzung $p \nmid n$ bedeutet, dass p^k die höchste Potenz von p sein muss, die $|G|$ teilt, der Satz für 2 und 4 also nicht anwendbar ist. Prof Volkmann holt ein anderes Buch aus seinem Regal und zeigt mir den Satz ohne die Voraussetzung $p \nmid n$ (so habe ich den Satz nachher auch im Skript von Prof Plesken gefunden, aber nicht als Satz von Sylow)

Nachdem ich noch gesagt habe, dass Untergruppen der Ordnung 10 und 20 im Allgemeinen nicht existieren müssen, fragt Prof Volkmann ob denn Untergruppen der Ordnungen 10 und 20 existieren, wenn G abel'sch ist. Da „abel'sch“ eine starke Voraussetzung ist, tippe ich darauf, dass sie existieren (ob das richtig war, weiss ich nicht genau)

Da die Zeit davonläuft fragt Prof Volkmann noch schnell nach zwei nicht-abelschen Gruppen. Ich nenne die Permutationsgruppe S_n und Matrizen (ich denke, dass das reicht, aber hatte nicht bedacht, dass ich Matrizen mit der Determinante 0 ausschließen muss, da sie nicht invertierbar sind und die Größe auf $n \times n$ festlegen muss, da sonst das Produkt zweier Matrizen nicht unbedingt existiert) Prof Volkmann harkt nach und ich wechsele zu $n \times n$ Matrizen mit der Determinante 1, da ich im Stress nicht mehr sicher bin, ob die quadratischen Matrizen mit anderen Determinanten noch eine Gruppe bilden und ich auf Nummer sicher gehen will. Zu diesem Zeitpunkt bin ich völlig durcheinander und meine Konzentration ist am Ende - zum Glück ist auch der Algebra Teil der Prüfung am Ende.

3. Differentialgleichungen

Prof Volkmann schreibt die Differentialgleichung $y'(x) = y(x)$ auf und fragt mich nach der Lösung. Ich stelle die DGL um zu $y'(x) - y(x) = 0$, stelle fest, dass es sich um eine homogene lineare Differentialgleichung handelt und schreibe die allgemeine Lösung auf:

$$y(x) = Ce^{-\int a(x) dx} \text{ mit } C \text{ beliebig und } a(x) = -1. \text{ Ich integriere } a(x) \text{ zu } -x \text{ und erhalte}$$
$$y(x) = Ce^{-x} = Ce^x$$

Prof Volkmann ist zufrieden, da ich die allgemeine Lösung hingeschrieben hatte (sonst wäre das wohl die nächste Frage geworden) und fragt nach der allgemeinen Lösung für inhomogene lineare DGL. Ich fange an, die Formel hinzuschreiben, aber er unterbricht mich und fragt konkreter, welche Idee dahinter steckt. Nach kurzem überlegen fällt mir die Bezeichnung „Variation der Konstanten“ wieder ein und ich habe die Prüfung damit hinter mir.

4. Fazit

Prof Volkmann legt viel Wert darauf, dass man Sätze und Beweise aus der Vorlesung parat hat und sie nicht erst vor Ort selbst beweist mit Hilfe der Ansätze, die man kennt. Dass er Turniertheorie mag, weiss man ja aus der Vorlesung

Am Anfang wurde ich sehr nervös und konnte einige Fragen nicht beantworten, manchmal brauchte ich Hilfe und Prof Volkmann musste mehrmals nachhaken, weil meine Aussagen nicht ganz richtig waren. Ausserdem war bei Algebra die Zeit ziemlich ungenutzt verstrichen, daher hatte ich eher mit einer Note zwischen 2,7 und 3,7 gerechnet und war über die 1,7 sehr freudig überrascht.

Wie auch in der schriftlichen Graphentheorie Prüfung stellt Prof Volkmann hohe Ansprüche, benotet erbrachte Leistungen dafür aber sehr positiv.